



08
επαναληπτικά
θέματα

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Έστω $Ox\psi$ ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και $A(x_0, \psi_0)$ ένα σημείο του επιπέδου.

α. Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A και για την οποία δεν ορίζεται συντελεστής διεύθυνσης.

Μονάδες 5

β. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A και έχει συντελεστή διεύθυνσης λ είναι: $\psi - \psi_0 = \lambda(x - x_0)$.

Μονάδες 10

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η απόσταση δύο σημείων $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ του συστήματος συντεταγμένων $Ox\psi$, δίνεται από τον τύπο: $(AB) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (\psi_2 - \psi_1)^2}$

Μονάδες 2

β. Για δύο διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ μη παράλληλα προς τον άξονα $\psi'\psi$, ισχύει η ιδιότητα: $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_{\vec{\alpha}} \cdot \lambda_{\vec{\beta}} = -1$, όπου $\lambda_{\vec{\alpha}}, \lambda_{\vec{\beta}}$ οι συντελεστές διεύθυνσης των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ αντιστοίχως.

Μονάδες 2

γ. Η εξίσωση: $(x - x_0)^2 + (\psi - \psi_0)^2 = \rho^2$, με ρ πραγματικό αριθμό, παριστάνει πάντα κύκλο.

Μονάδες 2

δ. Μια ευθεία ε εφάπτεται σε κύκλο C ο οποίος έχει κέντρο K και ακτίνα ρ , όταν ισχύει η σχέση: $d(K, \varepsilon) = \rho$.

Μονάδες 2

ε. Η παραβολή με εξίσωση: $x^2 = 2\rho\psi$, $\rho < 0$, έχει την εστία της E πάνω στον ημιάξονα Ox' .

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

Στο καρτεσιανό επίπεδο $Ox\psi$ δίνονται τα σημεία $A(2,0)$, $B(4,5)$, $\Gamma(6,\kappa)$ με $\kappa \in \mathbb{R} - \{10\}$.

α. Να δείξετε ότι:

i) Τα σημεία A , B , Γ δεν είναι συνευθειακά.

Μονάδες 4

ii) Η εξίσωση της ευθείας της διαμέσου (ϵ) που φέρουμε από την κορυφή B του τριγώνου $AB\Gamma$, είναι $x=4$.

Μονάδες 2

β. Να προσδιορίσετε την κορυφή Γ του τριγώνου $AB\Gamma$, αν το εμβαδόν του είναι $(AB\Gamma)=8$ τετραγωνικές μονάδες.

Μονάδες 9

γ. Για $\kappa=2$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας του ύψους (η) που φέρουμε από την κορυφή A του τριγώνου $AB\Gamma$, καθώς και τις συντεταγμένες του σημείου Δ στο οποίο τέμνονται οι ευθείες (η) και (ϵ).

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση: $\frac{x^2}{\mu+2} + \frac{\psi^2}{3-\mu} = 1$, (1), όπου $\mu \in \mathbb{R} - \{-2, 3\}$.

α. Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο.

Μονάδες 4

β. Για ποιες τιμές του μ η εξίσωση (1) παριστάνει έλλειψη;

Μονάδες 5

γ. Αν $\mu \in \left(-2, \frac{1}{2}\right)$, τότε:

i) Να δείξετε ότι η έλλειψη που προκύπτει από την (1) έχει τις εστίες της πάνω στον άξονα $\psi\psi$.

Μονάδες 7

ii) Να υπολογίσετε την τιμή του μ ώστε η εκκεντρότητα της έλλειψης (1) να είναι

$$\text{ίση με } \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω τα σημεία $A(-1, \psi)$ και $B(2x, \psi)$ με $x, \psi \in \mathbb{R}$ του καρτεσιανού επιπέδου $Ox\psi$.

A. Αν είναι $\overline{OA} \perp \overline{OB}$, τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία $M(x, \psi)$ ανήκουν στην παραβολή $C_1: \psi^2 = 2x$, της οποίας να βρείτε την εστία E και την διευθετούσα δ .

Μονάδες 6

B. Αν ισχύει $3\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = 15$, τότε να αποδείξετε ότι τα σημεία $M(x, \psi)$ ανήκουν στο κύκλο $C_2: x^2 + \psi^2 = 3$, του οποίου να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα.

Μονάδες 8

Γ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα κοινά σημεία των C_1 και C_2 είναι το $K(1, \sqrt{2})$ και το $\Lambda(1, -\sqrt{2})$.

Μονάδες 7

β) Η εφαπτομένη της C_1 στο K είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη του C_2 στο Λ .

Μονάδες 4

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!