



08
επαναληπτικά
θέματα

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$. Να αποδείξετε ότι:

i. $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$

ii. $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

(9 μονάδες)

Β. Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε την σωστή απάντηση :

i. Οι $\epsilon_1 : y = 2x + 5$ και $\epsilon_2 : y = \lambda x + 2008$ είναι παράλληλες αν:

α. $\lambda = 5$

β. $\lambda = 2008$

γ. $\lambda = -\frac{1}{2}$

δ. $\lambda = 2$

ii. Αν η εξίσωση $x^2 - 5x + \kappa = 0$ έχει ρίζα το 2 τότε:

α. $\kappa = 6$

β. $\kappa = 0$

γ. $\kappa = \sqrt{2}$

δ. $\kappa = -6$

iii. Αν $D=0$ και $Dx=Dy=5$ τότε το σύστημα:

α. έχει άπειρο πλήθος λύσεων

β. είναι αδύνατο

γ. έχει μοναδική λύση $(x,y) = (0,0)$

δ. έχει μοναδική λύση $(x,y) = (5,5)$

(6 μονάδες)

Γ. Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ) :

- i. Αν $x \geq 0$ τότε $|x|=x$
- ii. Η εξίσωση $x^2+ax-1=0$ έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $a \in \mathbb{R}$
- iii. $\sqrt{\alpha^2} = (\sqrt{\alpha})^2$, για κάθε $a \in \mathbb{R}$
- iv. $\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha - \beta}$, για κάθε $\alpha > \beta > 0$
- v. $xy = x^2 \Leftrightarrow x = y$, για κάθε $x, y \in \mathbb{R}$

(10 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 2x}$$

A. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης και να απλοποιηθεί ο τύπος της.

(10 μονάδες)

B. Να υπολογιστεί η παράσταση:

$$A = \frac{f(3) - f(1)}{\sqrt{f(4)} - 2}$$

(8 μονάδες)

Γ. Να λυθεί η εξίσωση $|f(4) \cdot x - 1| = |2 - f(3) \cdot x|$

(7 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda+1)x + \lambda = 0$

i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες για κάθε τιμή του λ .

(8 μονάδες)

ii. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε το λ ώστε $(x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = 10$

(8 μονάδες)

iii. Για $\lambda=3$, να κατασκευάσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες $2x_1$ και $2x_2$.

(9 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{cases} -x + y = \lambda \\ x - 2y = \lambda^2 + \lambda \end{cases}$$

- i. Να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ (5 μονάδες)
- ii. Να βρεθεί η μοναδική λύση (x_0, y_0) του συστήματος. (8 μονάδες)
- iii. Να λυθεί η ανίσωση $x_0 + y_0 \geq -3$ (12 μονάδες)